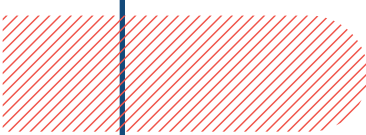


POLICY NOTE



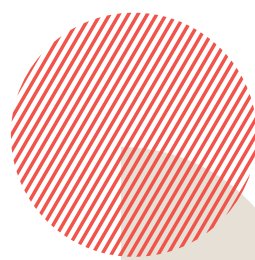
2/2023

Co jest skuteczne w nauczaniu matematyki?

Przegląd badań i propozycja zmian w
nauczaniu matematyki w Polsce.



Marzena Binkiewicz
Tomasz Gajderowicz
Maciej Jakubowski



Wprowadzenie

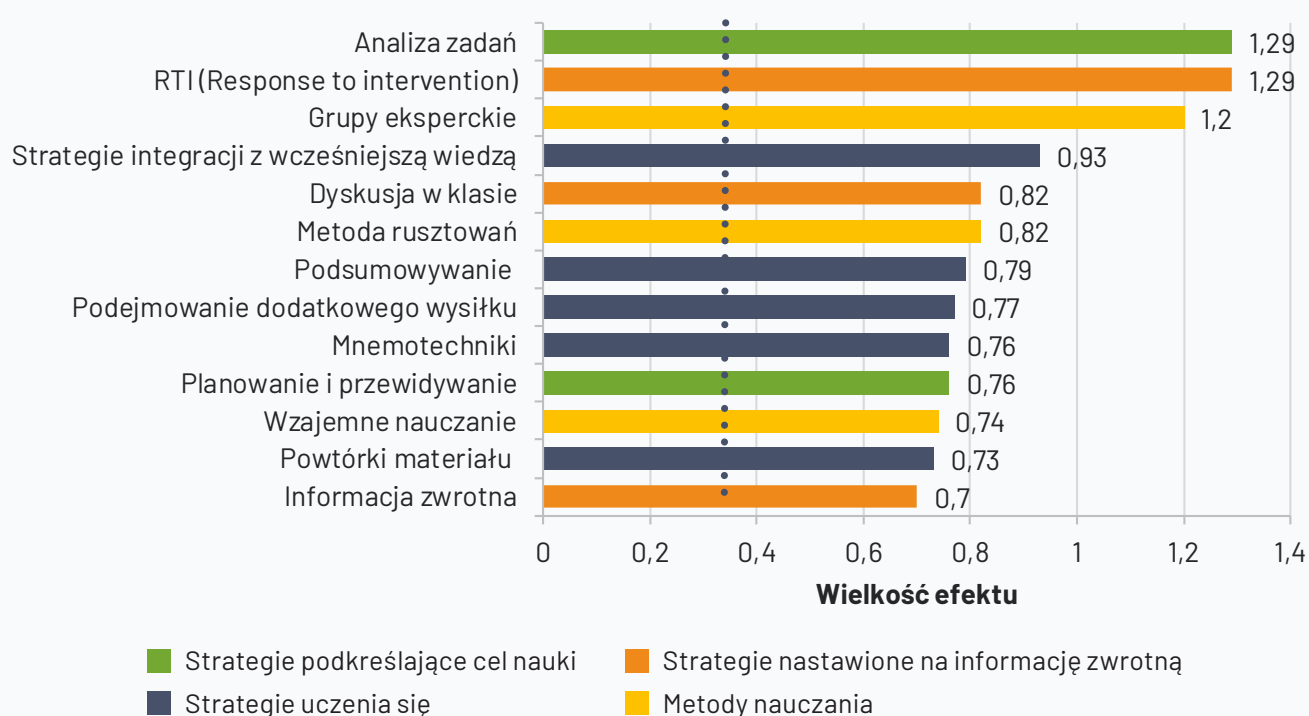
Matematyka jest przedmiotem, który sprawia trudności wielu uczniom, a także jest źródłem obaw i niepotrzebnych stereotypów. Uczniowie obawiają się lekcji matematyki częściej niż innych przedmiotów i uważają, że jest trudna (Jakubowski et al., 2018). Z drugiej strony badania PISA pokazały, że w polskich gimnazjach nauczanie matematyki stało na światowym poziomie, zbliżonym do takich krajów jak np. Finlandia (OECD, 2013). Warszawscy uczniowie pokazali też, że ich umiejętności matematyczne należą do najlepszych wśród młodych mieszkańców dużych miast na całym świecie (Jakubowski, 2019). Z drugiej strony wyniki z matematyki w czwartej klasie nie należały do najwyższych (Jakubowski&Gajderowicz, 2020).

Skuteczne nauczanie i oparcie się o metody sprawdzone w badaniach jest dziś jeszcze bardziej potrzebne niż w poprzednich latach. Ostatni spadek umiejętności związany z pandemią budzi obawy o to, jakie umiejętności matematyczne będą miały kolejne pokolenia młodych Polaków (Jakubowski et al., 2022). Kryzys pandemiczny pogłębił nieudane reformy edukacji, które spowodowały także znaczne straty edukacyjne. W Polsce badania nad metodyką nauczania matematyki są niezwykle rzadkie. Poniżej proponujemy więc przegląd literatury międzynarodowej skupiając się na metodach nauczania matematyki, które znajdują oparcie w metaanalizach rzetelnych badań eksperymentalnych lub quasi-eksperymentalnych.

Co faktycznie jest efektywne w nauczaniu?

Niemal każda interwencja edukacyjna wpływa pozytywnie na osiągnięcia uczniów – generuje dodatnią wartość wielkości efektu (ang. effect size, ES). Do identyfikacji metod wartych zastosowania w klasach konieczne jest określenie pewnej wartości progowej. Na podstawie analizowanych 252 interwencji, Hattie (2009) wskazał, że ich ES ma w przybliżeniu rozkład normalny ze średnią arytmetyczną i jednocześnie medianą na poziomie 0,4, co przyjęto za próg odcięcia. Zatem skuteczne metody to takie, których efekt na wynik nauczania przewyższa wartość $ES = 0,4$. Na wykresie 1 przedstawione zostały najefektywniejsze interwencje edukacyjne z czterech obszarów: informacja zwrotna, metody nauczania, techniki uczenia się oraz komunikacja w zakresie celów nauki.

Wykres 1. Najefektywniejsze metody w nauczaniu (Hattie, 2017)



Wśród interwencji badanych przez Hattiego, największy efekt daje podejście RTI (Response to Intervention) z grupy strategii nastawionych na kluczową dla nauczania informację zwrotną. Jest to trzypoziomowa interwencja ze zróżnicowanym rodzajem nauczania oraz różną częstością przekazywania informacji zwrotnych zależnych od tego, czy nauka odbywa się na poziomie ogólnoklasowym, w małej grupie dla osób z zaległościami czy też indywidualnie dla uczniów, którzy mają bardzo duże trudności (ES=1,29).

W przypadku metod nauczania najsilniejszy efekt dają:

- metoda grup eksperckich, w której uczniowie najpierw w małych grupach uczą się jednego zagadnienia- następnie mają zadanie nauczyć tego swoich kolegów w innym zespole, w którym będą jedynym ekspertem od tego tematu (ES=1,2),
- metoda rusztowań (ang. scaffolding), czyli konstruktywnego i stopniowego nadbudowywania umiejętności (ES=0,82),
- metoda wzajemnego nauczania (ang. reciprocal teaching), która opiera się na czteroetapowym czytaniu tekstu moderowanym przez nauczyciela, a następnie kolejno przez uczniów (ES=0,74). W matematyce może być przydatna podczas rozwiązywania zadań z treścią.

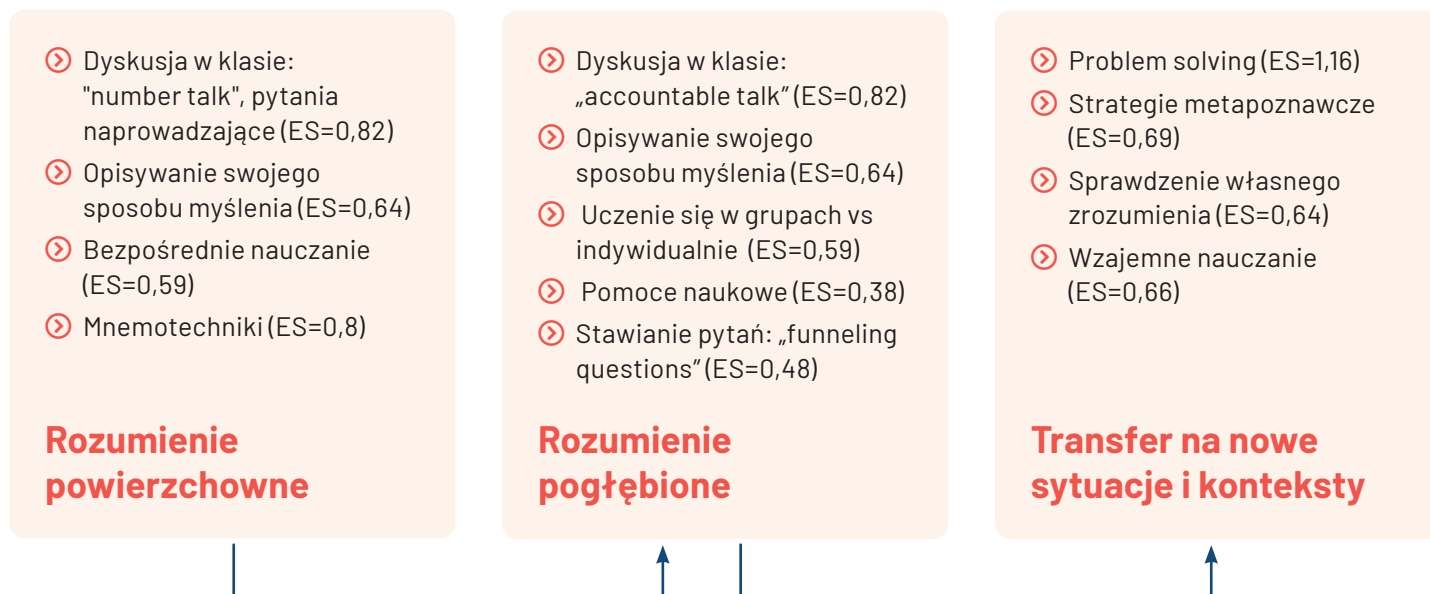
W czasie zajęć skuteczne jest również wykorzystywanie technik uczenia się i zapamiętywania np. poprzez strategie integracji z wcześniejszą wiedzą (ES=0,93), przeprowadzanie podsumowań (ES=0,79) oraz regularnych powtórek materiału (ES=0,73). Wysoką efektywność ma też przeprowadzanie analizy zadań, czyli komunikowanie uczniom powodu wyboru konkretnych technik i ćwiczeń, wskazując jakie obszary poznawcze są wtedy angażowane (ES=1,29). Wpływa to pozytywnie na rozwój umiejętności metapoznawczych i świadomego samosterowania swoim procesem uczenia się.

Warto mieć na uwadze, że analiza przeprowadzona przez Johna Hattiego ma również swoje wady jak np. brak różnicowania jakości badań, jak to ma miejsce np. w zestawieniu przygotowanym przez Education Endowment Foundation. Oprócz średniej wielkości efektu (przeliczonej na liczbę zaoszczędzonych miesięcy nauki w porównaniu do grupy kontrolnej) można tam również znaleźć poziom rzetelności użytych badań oraz koszt ich implementacji w warunkach szkolnych (na pięciostopniowej skali). Wyniki obydwu rankingów są jednak spójne i potwierdzają wysoką skuteczność technik nauczania opartych o udzielanie informacji zwrotnej, kształcenie umiejętności metapoznawczych oraz wspólną pracę uczniów.

Co z tego działa na matematyce?

Pełne opanowanie treści matematycznych jest złożonym procesem i odbywa się na trzech poziomach (wykres 2): powierzchniowym (podstawowa znajomość koncepcji, słownictwa, algorytmów), pogłębionym (widzenie bardziej całościowe, stosowanie w przykładach) oraz transferowym (użycie w nowych sytuacjach i kontekstach). Kolejne poziomy odzwierciedlają zaangażowanie takich zdolności poznawczych jak: zapamiętywanie, szukanie zależności i alternatywnych reprezentacji, aż po kreatywne zastosowanie (Smith & Stein, 1998).

Wykres 2. Trzy poziomowy proces przyswajania treści matematycznych (Hattie, Fisher, Frey, 2017)



- 1** Rozumienie powierzchowne. Na tym poziomie ważne są zarówno werbalizacja własnego sposobu rozumowania (ES=0,64), jak i słuchanie toku rozumowania innych osób. Może to przybrać postać dyskusji (ES=0,82) przeprowadzanej od razu na forum klasowym albo z etapem pośrednim – w parach/ małych grupach. Przykładem jest „number talk”, w którym uczniowie prezentują całej grupie swoje strategie obliczania danego działania matematycznego. Skuteczne jest również stosowanie metod nauczania opartych o metody bezpośredniego nauczania (ES=0,59), które są opisane np. w Zasadach Nauczania Rosenshine’a (Rosenshine, 2019) i których elementem jest wiodąca rola nauczyciela, ale też ciągłe monitorowanie i pogłębianie zrozumienia odpowiednimi pytaniami (np. metodą „cold call”) oraz odpowiednia struktura materiału zapobiegająca przeciążeniu pamięci roboczej uczniów. W metodach tych kluczowe jest utrzymanie zaangażowania uczniów, wciąganie ich w naukę poprzez częste pytania, pracę w małych grupach, czy też proszenie o wyjaśnienie własnego rozumowania. Wyniki badań przeprowadzone w Anglii (Hattie, 2012) pokazują, że przez 89% czasu na matematyce uczniowie biernie słuchają nauczyciela.
- 2** Pogłębianie rozumienia. Może się to odbywać poprzez dawanie uczniom zadań nieoczywistych np. z kilkoma rozwiązaniami lub moderowanie ogólnoklasowej dyskusji (ES=0,82). Przykładem jest „accountable talk”, w którym nauczyciel angażuje całą grupę w rozmowę prosząc o sformułowanie/ powtórzenie/ odniesienie się do wypowiedzi wcześniejszej osoby np. „Wojtku, a co sądzisz o pomysle Ani?”.
- 3** Transfer na nowe sytuacje i konteksty. Celem jest wykształcenie umiejętności bycia samemu sobie nauczycielem oraz wykorzystania zdobytej wiedzy w przyszłości. Sprawdzają się tutaj zadania wymagające nieoczywistego rozumowania oraz wykraczające poza zastosowania matematyczne. Efektywne mogą być podejścia oparte na kształceniu rozumowania problemowego PBL (Problem-Based Learning, ES=1,16), jednak pozytywne efekty przynoszą one zazwyczaj dla uczniów starszych lub na wysokim poziomie zaawansowania. Wskazane są także metody rozwijające zdolności metapoznawcze, jak analizowanie swojego sposobu rozumowania (ES=0,69), zaplanowanie strategii oraz jej kolejnych kroków, a następnie samokontrolowanie ich poprzez stawianie sobie samemu pytań typu „Czy to, co robię ma sens?” (ES=0,64). Ostatnią umiejętność można wzmacniać dając grupie krótkie ankiety z pytaniami podsumowującymi: „Jaki był dzisiaj cel lekcji?”, „Czy osiągnęłam/osiągnęłam ten cel?” (wcale – w pełni), „Ile wysiłku włożyłam/włożyłem?” (niewiele – bardzo dużo).



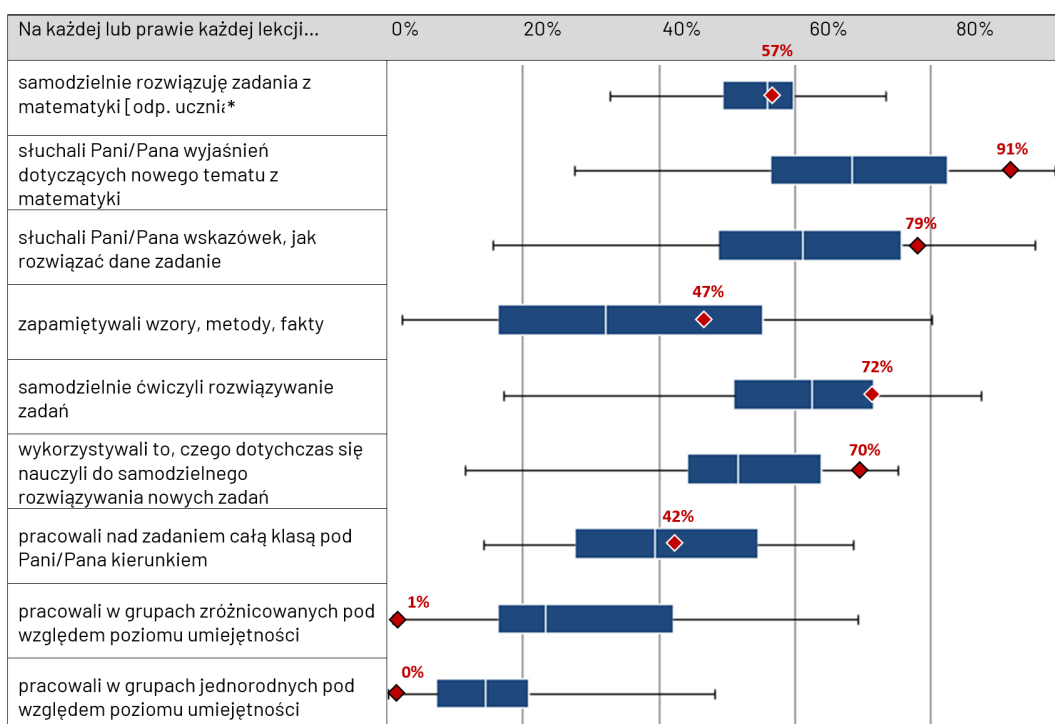
Każdy uczeń na lekcji matematyki powinien pracować na wszystkich trzech opisanych poziomach, również uczeń mający trudności na tym przedmiocie. Warto o tym pamiętać, ponieważ często najciekawsze i najbardziej rozwijające zadania (rozwiązywanie problemów oraz ćwiczenie transferu) są stosowane jedynie dla najbardziej uzdolnionych (Coles, Sinclair 2022). Takie podejście potęguje nierówności edukacyjne, a każda z wyżej wymienionych metod może być stosowana także dla uczniów mających problemy z matematyką. Warto pamiętać, że w ich przypadku będzie się to wiązało z mniejszą samodzielnością i większą potrzebą wracania do podstawowych umiejętności oraz potwierdzania własnej skuteczności w celu poprawy motywacji.

Czy w polskich szkołach opieramy nauczanie o metody poparte badaniami?

Polska w 2019 roku po raz drugi wzięła udział w międzynarodowym badaniu umiejętności matematycznych czwartoklasistów (TIMSS), osiągając 520 punktów, co dało nam 26. miejsce na 58 krajów. Badanie to pokazuje znaczące braki w poziomie umiejętności matematycznych na tym etapie nauki i kontrastuje z wysoką pozycją Polski, którą mieliśmy w przypadku porównań 15-latków opierających się o wyniki w matematyce gimnazjalistów. Porównanie wyników obydwu badań sugeruje, że o ile na późniejszych etapach skuteczność nauczania jest relatywnie wysoka, to w Polsce nauczanie matematyki na etapie początkowym wymaga natychmiastowej poprawy.

Badanie TIMSS dostarcza unikalnych informacji o metodach nauczania wykorzystywanych na matematyce. Nauczyciele określają częstość używania ośmiu technik na czterech poziomach od „nigdy” do „na każdej lub prawie każdej lekcji”. W przypadku częstości samodzielnego rozwiązywania zadań na lekcji, odpowiedzi nauczycieli można również skonfrontować z odpowiedziami uczniów. Poniżej przedstawiono wykresy pudełkowe dla odsetka uczniów, którzy na każdej lub prawie każdej lekcji mają styczność z danym sposobem prowadzenia zajęć (wykres 3). Biała pionowa linia na każdym wykresie oznacza medianę, lewy kraniec pudełka to wartość pierwszego kwartyla, a prawy kraniec - trzeciego kwartyla, lewy koniec lewego odcinka oznacza wartość najmniejszą, a prawy koniec prawego odcinka - wartość największą. Zestawienie obejmuje wszystkie kraje biorące udział w TIMSS 2019, a wynik dla Polski wyróżniono czerwonym znacznikiem.

Wykres 3. Odsetek uczniów, których nauczyciele matematyki wykorzystują poszczególne rodzaje czynności na lekcji, czerwony znacznik wskazuje wartość dla Polski (TIMSS 2019)



Podsumowując przedstawione wyniki, w Polsce dominuje sposób nauczania polegający na wyjaśnieniu zagadnień przez nauczyciela, a następnie samodzielnym rozwiązywaniu zadań. Aktywności oparte na „słuchaniu” nowych treści lub wskazówek potrzebnych do rozwiązania zadania, choć są dla uczniów nieangażujące, występują w Polsce zdecydowanie częściej niż w większości badanych krajów. Efektywna technika rozmowy klasowej, która może być zamiennikiem formy wykładowej, jest regularną praktyką tylko u około 42% polskich czwartoklasistów.

W przypadku deklarowanej pracy samodzielnej na każdej lub prawie każdej lekcji można zaobserwować rozbieżność w odpowiedziach polskich nauczycieli (72%) oraz ich uczniów (57%). Jednocześnie raport TIMSS 2019 sugeruje, że to raczej deklaracja uczniów jest zgodna ze stanem faktycznym. W Polsce czwartoklasiści samodzielnie rozwiązujący zadania na każdej lub prawie każdej lekcji osiągnęli średni wynik 541 punktów, podczas gdy ich koledzy deklarujący, że robią to tylko na niektórych lekcjach lub nigdy, 486 punktów.

Polska należy też do krajów, w których najrzadziej na matematyce wykorzystywana jest praca w grupach. Praca grupowa jest jedną z efektywniejszych technik nauczania, choć wymaga dobrego przygotowania zarówno nauczyciela, jak i uczniów. Jest to też tryb pracy, który polscy uczniowie preferują w stosunku do pracy indywidualnej (Gajderowicz et al., 2019). Według badania TIMSS, na każdej lub prawie każdej lekcji w grupach zróżnicowanych pracuje jedynie 1% polskich uczniów, a praca w grupach jednorodnych w ogóle w takiej częstotliwości nie występuje – są to najniższe wartości wśród wszystkich państw biorących udział w badaniu.

Jakie znaczenie ma podstawa programowa?

Podstawa programowa to dokument wyznaczający cele kształcenia matematycznego w danym państwie: ogólne oraz szczegółowe. W oparciu o nie tworzone są programy nauczania oraz podręczniki używane w szkołach. W części szczegółowej znajdują się konkretne treści matematyczne, które muszą być zrealizowane na każdym etapie edukacyjnym. Z punktu widzenia dydaktyki matematyki bardziej interesująca jest część celów ogólnych. Można w niej poprzestać na teorii, czyli wyznaczeniu pożądanych kompetencji poznawczych u uczniów takich jak np. „umiejętność wnioskowania”, ale można też zamieścić rekomendowane metody nauczania i przykłady ich zastosowań. Poniżej przedstawione zostało porównanie podstaw programowych w zakresie celów oraz sugerowanych metod. Polskę porównano do wybranej grupy krajów (lub systemów edukacyjnych wewnątrz krajów), w których nauczanie matematyki uznawane jest za stojące na wysokim poziomie i które konsekwentnie uzyskują wysokie wyniki w badaniach międzynarodowych. W porównaniu wskazano nawiązanie bezpośrednie, pośrednie lub jego brak do wybranych celów oraz metod (wykres 4).

Wykres 4. Porównanie celów ogólnych oraz metod nauczania matematyki zapisanych w podstawach programowych Polski oraz wybranych krajów z rankingu TIMSS 2019 (opracowanie własne)

		Singapur	Hongkong	Irlandia	USA-CCSSM*	Finlandia*	Polska	Kanada Ontario**
Nr w rankingu TIMSS 2019		1	2	9	15	19	26	32
CELE	Sprawność rachunkowa	●	●	●	●	●	●	●
	Wnioskowanie	●	●	●	●	●	●	●
	Transfer na inne dziedziny	●	●	●	●	●	●	●
	Komunikacja myślenia w języku matematyki	●	●	●	●	●	●	●
	Kreatywność	●	●	●	●	●	●	●
	Rozumowanie problemowe	●	●	●	●	●	●	●
	Pozytywne nastawienie	●	●	●	●	●	●	●
METODY	Praca w grupach, projekty	●	●	●	●	●	●	●
	Dyskusja w klasie	●	●	●	●	●	●	●
	Wspieranie <u>metastrategii</u> poznawczych	●	●	●	●	●	●	●
	Przykłady zastosowania metod/zadań	●	●	●	●	●	●	●

* Za tworzenie podstawy programowej są odpowiedzialne stany/gminy, do analizy użyto ogólnokrajowych rekomendacji: New national core curriculum for basic education (Finlandia), Common Core State Standards for Mathematics (USA).

** Za tworzenie podstawy programowej są odpowiedzialne stany, do analizy wzięto podstawę programową stanu Ontario.

We wszystkich analizowanych państwach ważne jest osiągnięcie przez uczniów umiejętności wnioskowania, transferu na inne dziedziny, używania języka matematyki. W kilku, w tym w Polsce, istotne jest również doskonalenie sprawności rachunkowej. Wartym uwagi celem ogólnym, mocno akcentowanym w Irlandii oraz Hongkongu, jest wspieranie kreatywności. Rozwiązywanie problemów matematycznych pojawia się w prawie każdej podstawie programowej, ale w różnym stopniu. Podczas gdy w Singapurze jest to główna idea, na której opiera się całe nauczanie matematyki, to w Polsce można ją jedynie pośrednio wywnioskować z zapisu o „tworzeniu strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych”.

W polskiej podstawie programowej jako jedynej poza USA, nie ma wzmianki o wspieraniu pozytywnego nastawienia uczniów do tego przedmiotu. Jednocześnie w Polsce odsetek uczniów mających negatywne odczucia wobec matematyki (TIMSS 2019) jest wyższy niż w innych krajach, zajmujemy tutaj czwarte miejsce od końca wyprzedzając jedynie Koreę, Tajwan i Chorwację. Podobnie jest z użyciem angażujących metod nauczania (praca w grupie, dyskusja na forum klasy), które są wykorzystywane stosunkowo mało (TIMSS 2019), a z nich jedynie metoda projektowa jest wspomniana w preambule do

polskiej podstawy programowej, bez odniesienia konkretnie do matematyki i bez płynących z badań wskazówek w jaki sposób z niej korzystać aby rzeczywiście była skuteczna.

Charakter polskiej podstawy programowej jest mocno teoretyczny. Szczególnie w porównaniu do takich krajów jak Singapur, Hongkong, Irlandia czy Kanada, gdzie dokument ten mógłby być jednocześnie podręcznikiem do efektywnego nauczania matematyki w szkole podstawowej. Można by pokusić się o wykorzystanie rosnącej liczby badań dotyczących skutecznej metodyki nauczania matematyki i poszerzenie podstaw programowych lub powiązanych z nimi dokumentów o wskazówki dotyczące tego, jak je stosować w praktyce.

Co zatem zrobić, żeby uczyć matematyki coraz efektywniej?

1. W polskich szkołach należy zwiększyć wykorzystanie angażujących oraz efektywnych metod nauczania (dyskusja w klasie, praca w grupach, metody rozwiązywania problemów). Nauczyciele powinni poznać badania pokazujące jak stosować te metody w praktyce, aby rzeczywiście były skuteczne. Niezbędne jest też zastąpienie prostych form wykładowych metodami z przewodnią rolą nauczyciela, ale zachęcających do refleksji i opierających się o ciągłe monitorowanie rozumienia u uczniów i wzmacnianie pamięci, np. poparta badaniami metoda bezpośredniego nauczania (Rosenshine, 2019).
2. Należy zwiększyć rolę samodzielnej pracy uczniów, ale z odpowiednim wsparciem nauczyciela i wykorzystaniem dobrze zaplanowanych elementów pracy grupowej. W polskiej szkole albo rzadko stosuje się te metody albo są one stosowane bez odpowiedniego przygotowania, co według badań może przynosić wręcz odwrotne skutki.
3. Należy przemyśleć polskie podstawy programowe zarówno pod względem celów, jak i powiązania z metodyką nauczania i praktycznymi wskazówkami, jak nauczać efektywnie. Warto tutaj brać przykład z podstaw programowych takich krajów jak Singapur, Hong Kong, czy Irlandia.
4. Zważywszy na wyniki TIMSS 2019, według których polscy czwartoklasiści deklarują czwarte najbardziej negatywne nastawienie do matematyki, w celach ogólnych podstawy programowej powinien znaleźć się zapis o wspieraniu pozytywnych emocji w stosunku do tego przedmiotu. Wysoki poziom lęku wobec matematyki oraz zniechęcenie do tego przedmiotu wymaga pilnej zmiany nastawienia nauczycieli oraz wyposażenie ich w narzędzia pomagające w kształtowaniu poczucia skuteczności, budowaniu długofalowej motywacji i pozytywnego stosunku do tego kluczowego przedmiotu.

Bibliografia

Evidence Institute (2018), Lęk przed matematyką i jego związek z umiejętnościami matematycznymi uczniów, Policy Note 2/2018.

Evidence Institute (2019). „Uczniowie (jednak) chcą pracować w małych grupach”, Policy Note 1/2019.

Evidence Institute (2019), Warszawska edukacja w świetle PISA, Policy Note 4/2019.

Evidence Institute (2020), Słabsze wyniki polskich czwartoklasistów: analiza możliwych przyczyn, Policy Note 2/2020.

Evidence Institute (2022), Osiągnięcia uczniów szkół średnich po zmianach w oświacie i nauczaniu w pandemii, Policy Note 1/2022.

Hattie J., Fisher D., Frey N. (2017), Visible learning for mathematics, grades K-12 : what works best to optimize student learning.

OECD (2013). PISA 2012 results: ready to learn (t. III). Paris: OECD Publishing.

Evidence Institute (2019). Barak Rosenshine „Zasady nauczania”.

Sitek M. (red.) (2020), TIMSS 2019. Wyniki międzynarodowego badania osiągnięć czwartoklasistów w matematyce i przyrodzie.

<https://www.visiblelearningmetax.com/>

<https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/>